

Chapitre. Proportionnalité. Pourcentage.

I. Proportionnalité

1) Activité

a) Exemples courants :

- 1 salade coûte 0,7 €.
Combien coûtent 4 salades ?
- 1 baguette coûte 0.75 €.
Combien coûtent 3 baguettes ?
- 2 bouteilles d'eau minérale valent 0.40 €.
Combien valent 6 bouteilles identiques ?
Combien valent 8 bouteilles identiques ?
Combien valent 10 bouteilles identiques ?

On dit que le prix à payer est proportionnel à la quantité de produit acheté. C'est-à-dire qu'il y a un rapport constant entre les deux grandeurs (le produit acheté et le prix à payer).

b) Reconnaître une situation de proportionnalité (reconnaître deux grandeurs proportionnelles) :

Exemples :

- | | | |
|---|-----|-----|
| • Les kilomètres parcourus et le nombre de litres consommés | oui | non |
| • La masse de farine et le nombre de baguettes fabriquées | oui | non |
| • L'âge et la taille | oui | non |
| • Le nombre de CD empilés et la hauteur de la pile | oui | non |
| • La taille d'une personne et son « poids » | oui | non |
| • Le périmètre d'un carré et la longueur de son côté | oui | non |
| • Le périmètre d'un cercle et la longueur de son diamètre | oui | non |

2) Tableau de proportionnalité

Reprenons l'exemple du carré et plaçons dans un tableau, la longueur de son côté et le périmètre correspondant.

Longueur du côté d'un carré (cm)	1	2	2.5	5	7.5
Périmètre du carré (cm)	4	8			

Pour obtenir les termes de la deuxième ligne du tableau, nous avons multiplié les éléments de la première ligne du tableau par 4.

Définition:

Deux **grandeurs** sont **proportionnelles** si les **valeurs** de l'une s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par un **même nombre**. Le facteur multiplicatif est appelé **coefficient de proportionnalité**.

3) Passage par l'unité

Exemple:

Masse de tomates (kg)	2.5	5	7.5
Prix à payer (€)	4.5	9	13.5

Propriété: Dans un tableau de proportionnalité, on peut passer d'une colonne à l'autre en multipliant ou en divisant par un même nombre.

4) Opérations sur les colonnes d'un tableau de proportionnalité

	(1)	(2)		
Nombre de barquettes de fraises	1	3
Prix à payer (€)	5	15

- En additionnant la colonne (1) à la colonne (2) du tableau on obtient la colonne (3).

	(1)	(2)	(3)	
Nombre de barquettes de fraises	1	3	4
Prix à payer (€)	5	15	20

- En soustrayant la colonne (1) à la colonne (2), on obtient la colonne (4).

	(1)	(2)	(3)	(4)
Nombre de barquettes de fraises	1	3	4	2
Prix à payer (€)	5	15	20	10

On peut vérifier que le tableau ainsi obtenu est un tableau de proportionnalité dont le coefficient de proportionnalité est : **5**.

Exemples :

1) Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité, si oui, quel est leur coefficient ?

7	6	8
9.8	8.4	11.2

15	20	8	35
12	16	6.4	28

14	8	19	26
49	28	66.5	93.6

9	36	4.5
7	28	3.5

2) Compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

15	12	
24		56

	30		16
9	13.5	17.1	

II. Pourcentage

1) **Définition:** Le quotient $a/100$ peut être noté $a \%$, il se lit « **a pour cent** ».

Exemples: $75/100 = 75\% = 3/4$; $50/100 = 50\% = 1/2$; $25/100 = 25\% = 1/4$.

Propriété: Calculer $a\%$ d'un nombre b , c'est multiplier $a/100$ par b , soit :

$$\frac{a}{100} \times b = \frac{a \times b}{100}$$

2) **Application d'un taux de pourcentage:**

Exemple :

Un article est affiché à 28 €. Lors des soldes, son prix baisse de 15%. Calcule son nouveau prix.

$$\text{Calcul de la réduction : } \frac{15}{100} \times 28 = \frac{15 \times 28}{100} = 4.2 \text{ €}$$

Donc le prix à payer sera de : $28 - 4.2 = 23.8 \text{ €}$.

Remarque : on aurait pu calculer avec le complément à 100%, cad que le prix à payer est 85% du prix affiché soit : $0.85 \times 28 = 23.8 \text{ €}$.

Propriété:

Deux grandeurs reliées par un taux de pourcentage sont des grandeurs proportionnelles.

Exemple:

Une crème fraîche contient 30% de matière grasse, cela veut dire que dans 100 g de crème fraîche, il y a 30 g de matière grasse. La masse de crème et la masse de matière grasse sont proportionnelles, on peut établir un tableau de proportionnalité :

Masse de crème (g)	100	300	500
Masse de matière grasse (g)	30	90	150

Enoncé : la semaine dernière, avec son argent de poche, Karen voulait acheter une jolie montre <<parlante>>, mais il lui manquait 30€.

Aujourd'hui, il y a une réduction de 25 % sur cette montre si bien que Karen a 70€ de trop. Au fait ! Combien Karen a-t-elle d'argent de poche ?

Réponse : elle a 370€ car la montre vaut 400€. Solde à 25 %, elle ne fait que 300€. Karen avait 30€ de moins, maintenant, elle a 70€ de trop.