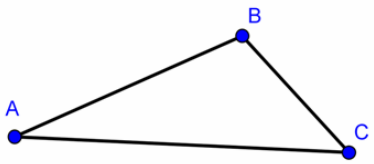
Chapitre. Distance d'un point à une droite, Tangente à un cercle, bissectrice.

I. Distance d'un point à une droite:

1) Inégalité triangulaire :

Si A, B et C sont trois points du plan, alors $AC < AB + BC$.



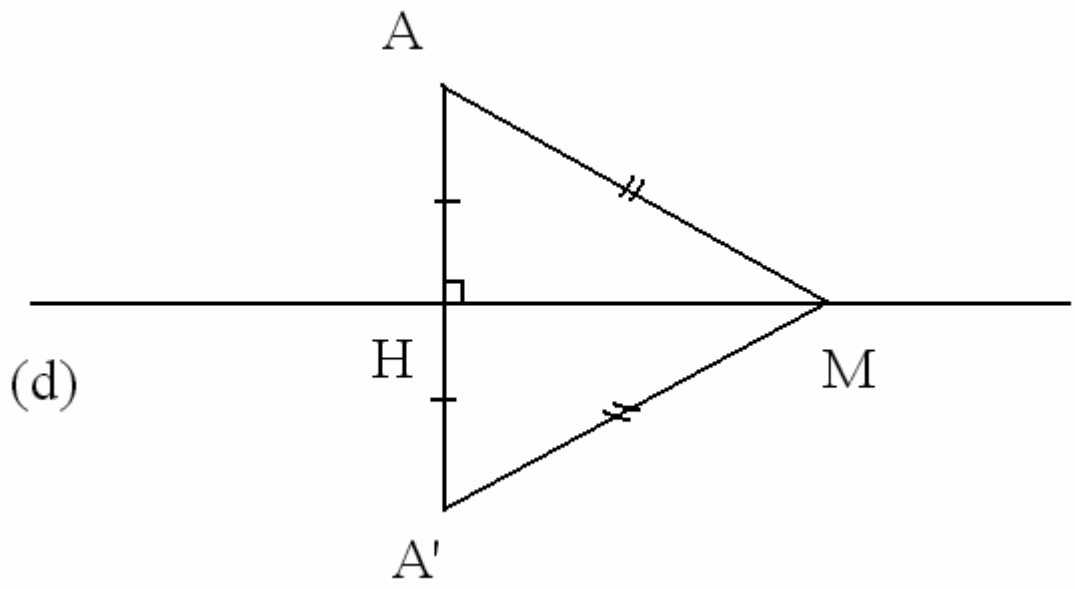
2) Définition et propriété :

On considère un point A et une droite (d). Soit H le point d'intersection de (d) et de la perpendiculaire à (d) passant par A.

AH s'appelle la distance du point A à la droite (d).

Cette distance est la distance minimale entre le point A et un point quelconque de la droite (H est le point de la droite (d) le plus proche de A).

3) Démonstration :



Soit A' le symétrique de A par rapport à la droite (d) et soit M un point quelconque de (d).

Par définition de la symétrie axiale, la droite (d) est la médiatrice du segment [AA'].

$$MA = MA'$$

Dans le triangle AMA', on peut écrire l'inégalité triangulaire $AA' < AM + AM'$

$$2\,AH < 2\,AM$$

et par suite, quelque soit la position du point M sur (d), **$AH < AM$.**

II. Tangente à un cercle en l'un de ses points

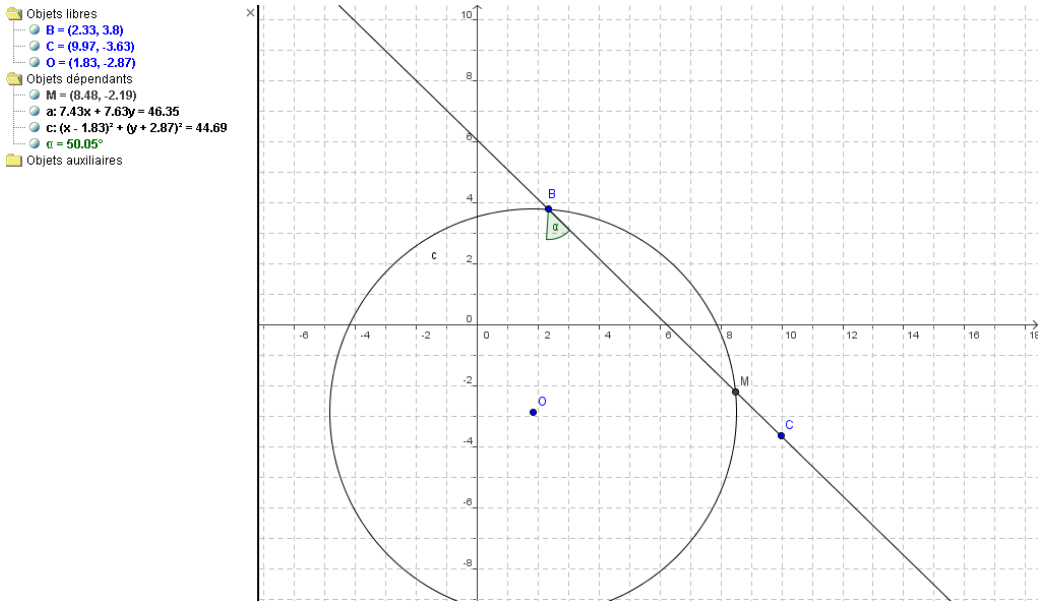
1) Définition:

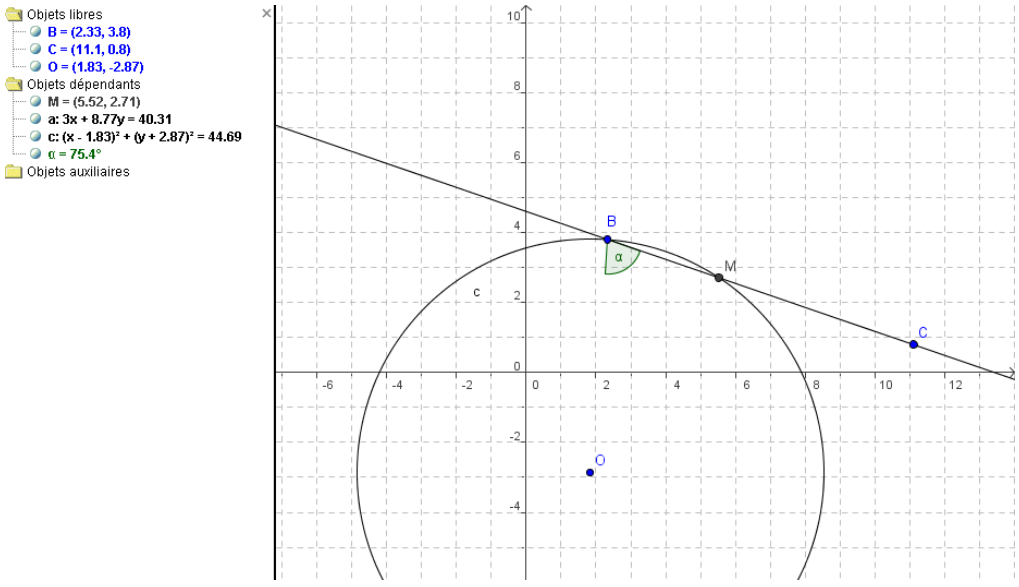
On considère un cercle (c) et un point A à ce cercle.

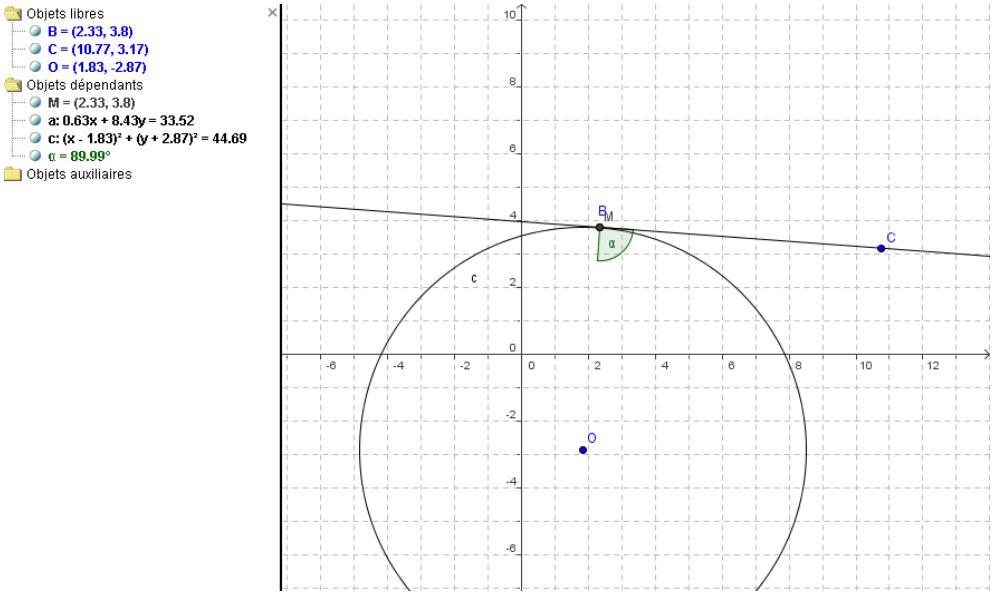
La tangente au cercle (c) en A est la droite dont le seul point commun avec ce cercle est le point A.

2) Activité:

Variation de la valeur de l'angle OBM quand la droite BM pivote autour du point B de façon à ce que le point M se rapproche du point B jusqu'à être confondu avec lui.







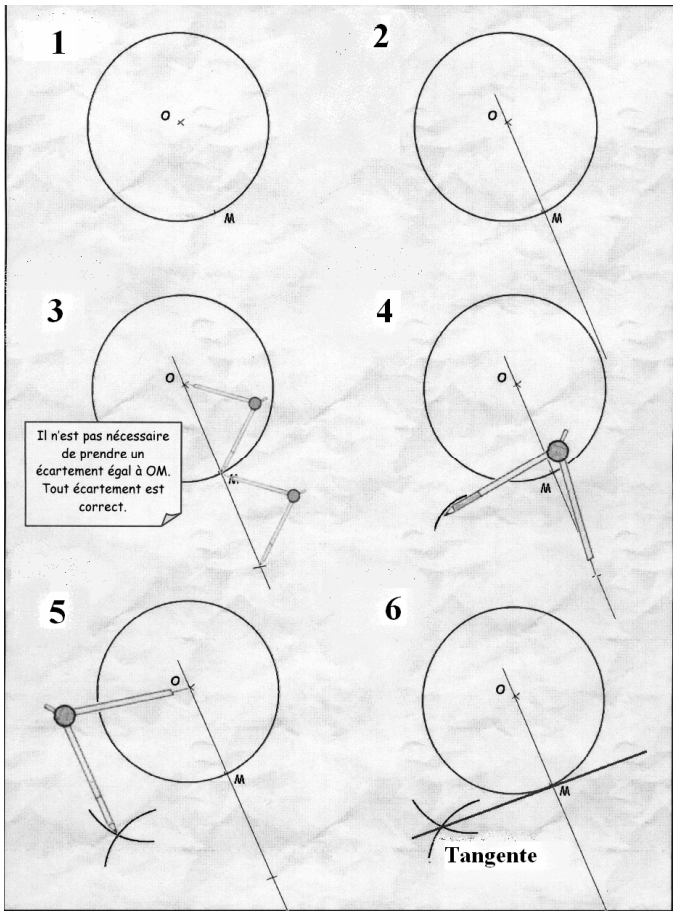
3) a) <u>Propriété</u>:

Soit (c) un cercle de centre O et A un point de ce cercle. Si la droite (d) est la tangente au cercle (c) en A, alors la droite (d) est ⊥ à la droite OA.

b) <u>Propriété réciproque</u>:

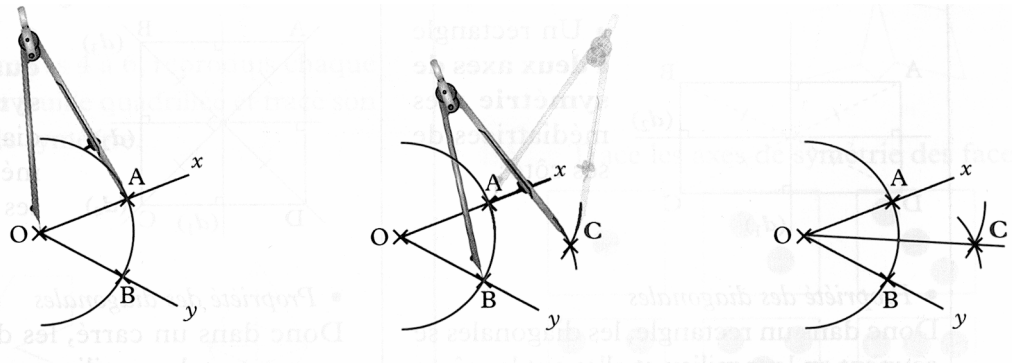
Soit (c) un cercle de centre O et A un point de ce cercle. Si une droite passe par le point A et est ⊥ à la droite OA, alors cette droite est la tangente au cercle (c) en A.

4) Construction au compas d'une tangente à un cercle :



III. Bissectrices et cercle inscrit dans un triangle

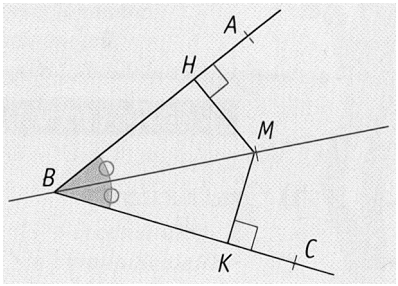
1) <u>Définition</u>: La bissectrice d'un angle est la droite, ou la demi-droite, qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.



(OC) est la bissectrice de l'angle xOy.

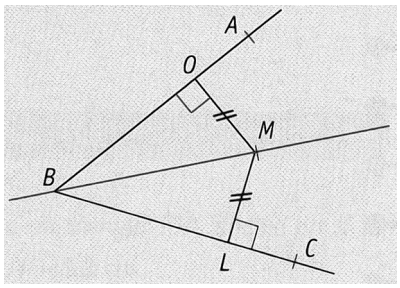
2) <u>Propriété</u>:
Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des côtés de cet angle.

Le point M appartient à la bissectrice de l'angle **ABC**, donc **MH = MK**.



2) <u>Propriété réciproque</u>:
Si un point est équidistant des côtés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle.

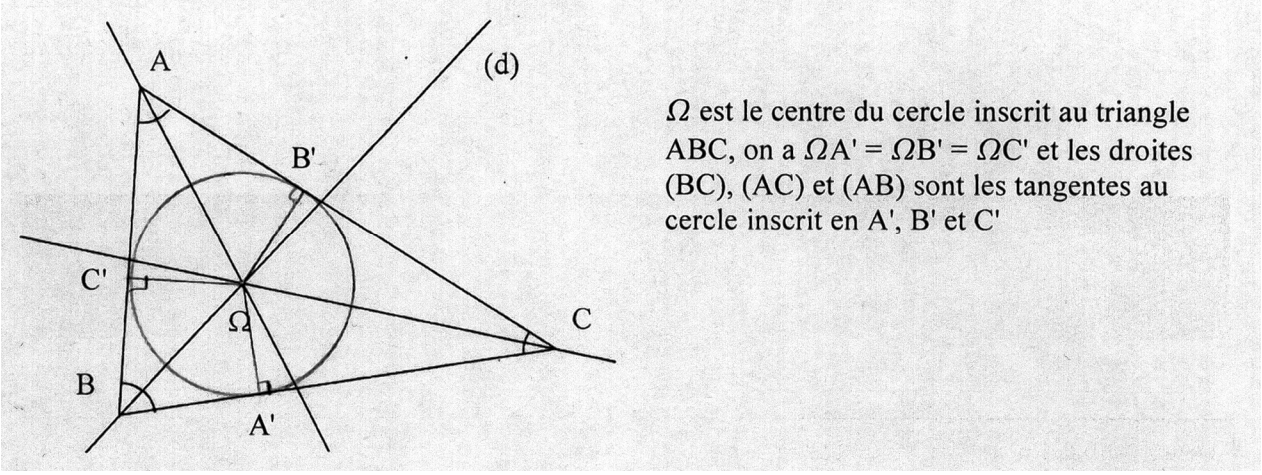
Le point M est équidistant des droites (AB) et (BC), donc le point M appartient à la bissectrice de l'angle ABC.



3) Cercle inscrit dans un triangle:

Propriété: Les bissectrices des trois angles d'un triangle sont concourantes en un point équidistant des trois côtés de ce triangle.

Il existe donc un cercle qui a pour centre ce point de concours et qui est tangent aux trois côtés. Ce cercle est appelé cercle inscrit dans le triangle.



Ω est le centre du cercle inscrit au triangle ABC, on a ΩA' = ΩB' = ΩC' et les droites (BC), (AC) et (AB) sont les tangentes au cercle inscrit en A', B' et C'